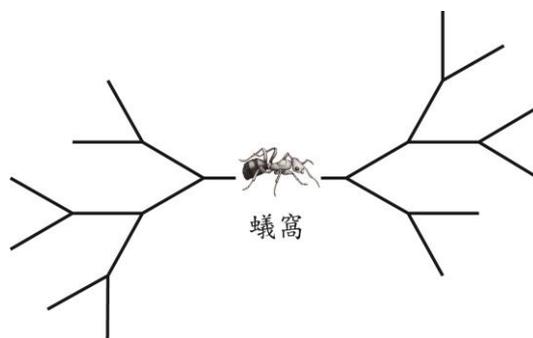


31 三用瓶塞…三度空間的設計大師

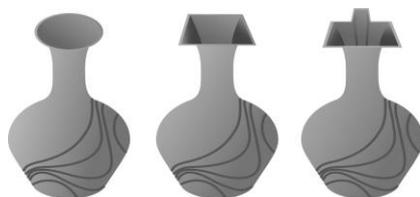
螞蟻只能看到平面(二維空間)的事物，只能在二維空間內做 360 度方向上的任意運動。雖然螞蟻只生活在平面上，但是科學家卻發現螞蟻能利用幾何原則尋找回窩的路，螞蟻天生俱有某種幾何的洞悟力。螞蟻的路線系統就像羅馬人的道路一樣…條條道路通羅馬；對螞蟻來說…條條路線通蟻窩。

要了解螞蟻尋找方向的訣竅，可以假想有一個「Y」字母的交叉點，而一隻離開蟻窩的螞蟻從「Y」字母底下往上爬，碰到這樣一個叉路，發現有兩條以狹窄角度交叉的路線。相反地，回窩的螞蟻會碰到兩條叉路：一條的交叉角度較小，而另一條的角度大得多，角度較大的那一條路才是回家的路。也就是說，螞蟻的網路是由「Y」字來構成，而且較小的交叉角是 60 度左右，科學家稱它為「六十度法則」。如下圖所示，一隻螞蟻從蟻窩出來，朝東邊方向以六十度法則向外覓食，而這蟻窩的螞蟻構造了向東及向西兩個方向的覓食網：



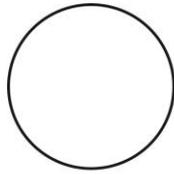
雖然螞蟻的世界只有二維，但是牠們卻會使用二維的幾何原則來辨識方向。同樣的，身處三維空間的人們，是否也會妥善利用立體空間的幾何所帶來的好處呢？

某人收集了三只瓶子，形狀如下圖所示

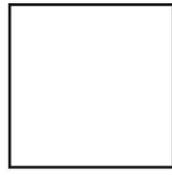


他們的瓶口形狀分別如圖①，圖②及圖③。現在他想只做一个立體瓶塞，對三個瓶子都

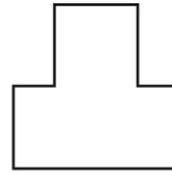
能適用。



圖①



圖②



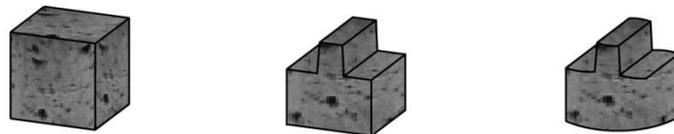
圖③

請你幫他設計一下。

拜我們生活的三維空間所賜，可以利用三個維度來設計一個一體適用的瓶塞。取一個正立方體木塞，因為立方體有上下，前後及左右等六個面，所以可以讓這三種面向各自成為三種瓶子的瓶塞：

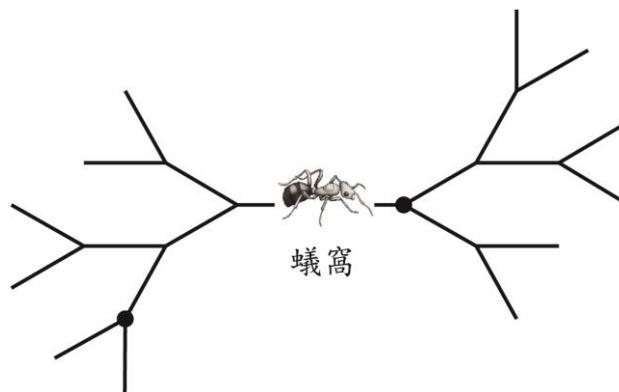
- (1) 首先，讓上下方向與方形瓶口一樣。
- (2) 接著，讓前後方向與凸形瓶口一致。
- (3) 最後，讓左右方向跟圓形瓶口相同。

如下圖所示，這個特製的瓶塞剛好可以用來當這三種瓶子的瓶塞：



再讓我們來計算一下螞蟻的問題：

如果「Y」字的三段長度都是1，那麼下圖中兩個黑點的距離（最短距離）為何？



可以利用畢氏定理或餘弦定理得到兩點距離為 $\sqrt{8+3\sqrt{3}}$ 。